Se enrolla una cuerda en una rueda que inicialmente está en reposo como se muestra en la figura 16.5. Si se aplica una fuerza a la cuerda y le comunica una aceleración $a = (4t)$ m/s^2, estando t en segundos, calcule, como función del tiempo, (*a*) la velocidad angular de la rueda, y (*b*) la posición angular, en radianes, de la línea *OP*.

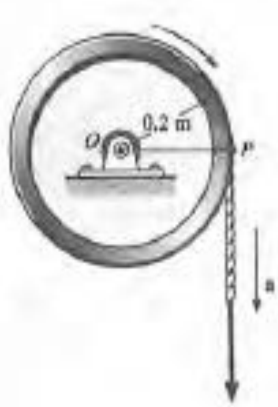


Fig. 16.5

SOLUCIÓN

Parte (a). La rueda está sujeta a rotación con respecto a un eje fijo que pasa por el punto *O*. Por lo tanto, el punto *P* de la rueda tiene movimiento en trayectoria circular y, a su vez, la aceleración de este punto tiene componentes tanto tangencial como normal. En particular, $(a_P)_t = (4t)$ m/s^2, ya que la cuerda está conectada con la rueda y es tangente a ella en *P*. Por lo tanto, la aceleración angular de la rueda es

$$(\circlearrowleft +) \qquad (a_P)_t = \alpha r$$
$$4t = \alpha(0.2)$$
$$\alpha = 20t \text{ rad/s}^2$$

La velocidad angular ω de la rueda se puede calcular mediante $\alpha = d\omega/dt$, ya que esta ecuación relaciona a α, t y ω. Integrando con la condición inicial $\omega = 0$ cuando $t = 0$, se obtiene

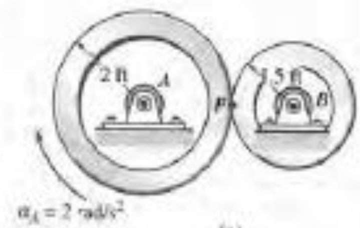
$$(\circlearrowleft +) \qquad \alpha = \frac{d\omega}{dt} = 20t$$
$$\int_0^\omega d\omega = \int_0^t 20t\, dt$$
$$\omega = 10t^2 \text{ rad/s} \qquad \textit{Resp.}$$

¿Por qué no es posible emplear la ecuación 16.5 ($\omega = \omega_0 + \alpha_c t$) para obtener este resultado?

Parte (b). La posición angular θ de la línea *OP* radial se puede calcular empleando $\omega = d\theta/dt$, porque relaciona a θ, ω y t. Empleando la condición inicial $\theta = 0$ cuando $t = 0$, se obtiene

$$(\circlearrowleft +) \qquad \frac{d\theta}{dt} = \omega = 10t^2$$
$$\int_0^\theta d\theta = \int_0^t 10t^2\, dt$$
$$\theta = 3.33\, t^3 \text{ rad} \qquad \textit{Resp.}$$

El disco A, que se muestra en la figura 16.6*a*, parte del reposo y gira con aceleración angular constante $\alpha_A = 2$ rad/s². Si no hay resbalamiento entre los discos, calcule la velocidad y aceleración angulares del disco B inmediatamente después de que A completa 10 revoluciones.



(a)

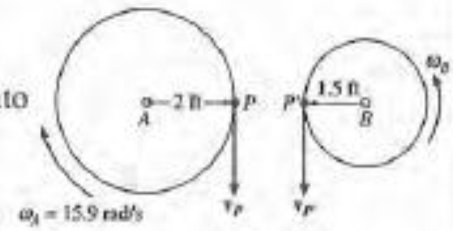
SOLUCIÓN

La velocidad angular de A se puede calcular mediante las ecuaciones de aceleración angular *constante*, ya que $\alpha_A = 2$ rad/s². Hay 2π rad en una revolución, de manera que

$$\theta_A = 10 \text{ rev}\left(\frac{2\pi \text{ rad}}{1 \text{ rev}}\right) = 62.83 \text{ rad}$$

Así,

$$(\circlearrowleft +) \qquad \omega^2 = \omega_0^2 + 2\alpha_c(\theta - \theta_0)$$
$$\omega_A^2 = 0 + 2(2)(62.83 - 0)$$
$$\omega_A = 15.9 \text{ rad/s} \circlearrowleft$$



(b)

Como se indica en la figura 16.6*b*, la velocidad del punto P de contacto de la orilla de A es

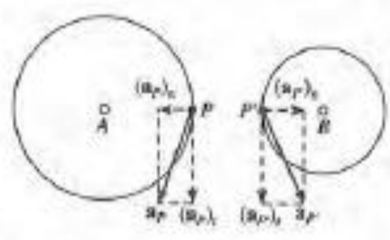
$$(\downarrow +) \qquad v_P = \omega_A r_A = (15.9)(2) = 31.8 \text{ ft/s} \downarrow$$

La velocidad siempre es tangente a la trayectoria del movimiento. Como no se tiene resbalamiento entre los discos, la velocidad del punto P' de B es la misma que la velocidad de P del disco A. Por lo tanto, la velocidad angular de B es

$$(\circlearrowright +) \qquad \omega_B = \frac{v_{P'}}{r_B} = \frac{31.8}{1.5} = 21.2 \text{ rad/s} \circlearrowright \qquad \textit{Resp.}$$

También, las *componentes tangenciales* de la aceleración de ambos discos son iguales, ya que los discos se tocan entre sí. Por lo tanto, de la figura 16.6*c*,

$$(a_P)_t = (a_{P'})_t$$
$$\alpha_A r_A = \alpha_B r_B$$
$$\alpha_B = \alpha_A\left(\frac{r_A}{r_B}\right) = 2\left(\frac{2}{1.5}\right) = 2.67 \text{ rad/s}^2 \circlearrowright \qquad \textit{Resp.}$$

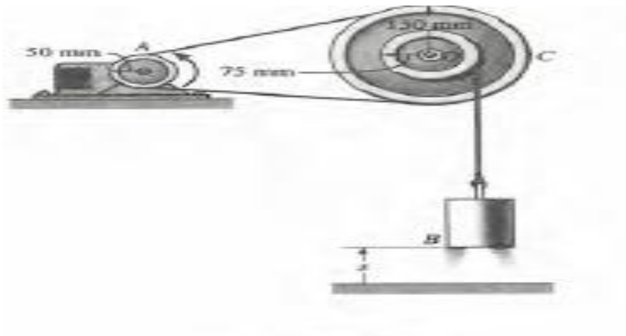


(c)

Nótese que las componentes normales de la aceleración $(a_P)_n$ y $(a_{P'})_n$ actúan en *direcciones opuestas*, ya que las trayectorias del movimiento de ambos puntos son *diferentes*. Además, $(a_P)_n \neq (a_{P'})_n$, porque las *magnitudes* de esas componentes dependen del radio y de la velocidad angular de cada disco, es decir, $(a_P)_n = \omega_A^2 r_A$ y $(a_{P'})_n = \omega_B^2 r_B$. En consecuencia, $\mathbf{a}_P \neq \mathbf{a}_{P'}$.

Fig. 16.6

Partiendo del reposo se le da una aceleración angular a la polea *A* de α= (6θ) rad/s^2, donde θ esta en radianes. Calcule la velocidad del bloque B cuando ha subido s= 6m. La polea tiene un mamelón D fijo a ella, que gira con ella.



Prob. 16.25

$$\alpha_A = 6\theta_A$$

$$\theta_C = \frac{6}{0.075} = 80 \text{ rad}$$

$$\theta_A(0.05) = 80(0.15)$$

$$\theta_A = 240 \text{ rad}$$

$$\alpha\, d\theta = \omega\, d\omega$$

$$\int_0^{240} 6\theta_A\, d\theta_A = \int_0^{\omega_A} \omega_A\, d\omega_A$$

$$\omega_A = [6(240)^2]^{1/2} = 587.88 \text{ rad/s}$$

$$(587.88)(0.05) = \omega_C(0.15)$$

$$\omega_C = 195.96$$

$$v_B = 195.96(0.075) = 14.7 \text{ m/s} \quad \textbf{Ans}$$

Also.

$$\alpha_A = 6\theta_A$$

But $\alpha_A(50) = 150\alpha_C$

$$\alpha_A = 3\alpha_C$$

$$3\alpha_C = 6\theta_A$$

$$\alpha_C = 2\theta_A$$

But $\theta_A(50) = 150(\theta_C)$

$$\theta_A = 3\theta_C$$

Thus, $\alpha_C = 6\theta_C$

$$\int_0^{\theta_C} 6\theta_C\, d\theta_C = \int_0^{\omega_C} \omega_C\, d\omega_C$$

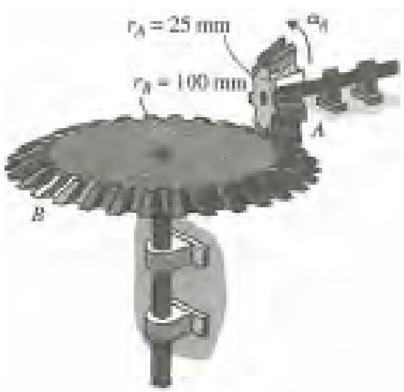
$$6\theta_C^2 = \omega_C^2$$

$$\omega_C = \frac{6}{0.075} = 80 \text{ rad}$$

$$\omega_C = \sqrt{6}(80) = 195.96$$

$$v_B = (195.96)(0.075) = 14.7 \text{ m/s} \quad \textbf{Ans}$$

16.2. El engrane *A* engrana con el *B* como se ve en la figura. Si *A* parte del reposo y tiene aceleración angular constante $\alpha_A = 2$ rad/s^2, calcule el tiempo necesario para que *B* alcance una velocidad angular $\omega_B =$ 50 rad/s.



Movimiento angular: la Aceleración angular del equipo B se debe determinar en primer lugar.

$\alpha_A r_A = \alpha_B r_B$ Aquí Entonces

$$\alpha_B = \frac{r_A}{r_B}\alpha_A = \left(\frac{25}{100}\right)(2) = 0.5 \text{ rad/s}^2$$

El tiempo para el engranaje B para alcanzar una velocidad angular de α_B=50 rad/s se puede obtener mediante la aplicación de la ecuación. 16-5.

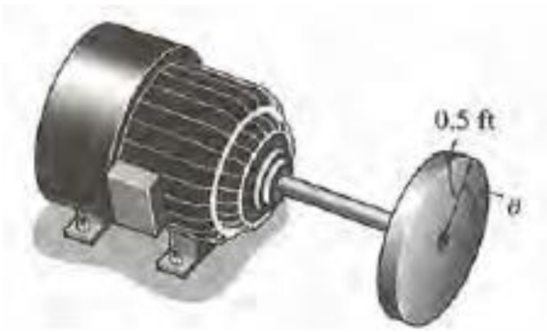
$$\omega_B = (\omega_0)_B + \alpha_B t$$

$$50 = 0 + 0.5t$$

$$t = 100 \text{ s}$$

Respuesta

16.21. El disco es impulsado por un motor de tal forma que la posición angular del disco está definida por $\theta = (t + 4t^2)$ rad, donde t se expresa en minutos. Calcule el número de revoluciones, la velocidad angular y la aceleración angular del disco cuando t = 90 s.



Desplazamiento angular: En t= 90s.

$\Theta=90+4(90)^2$= (32490) (1 rev/2π rad)= 5170.944101 rev. Respuesta

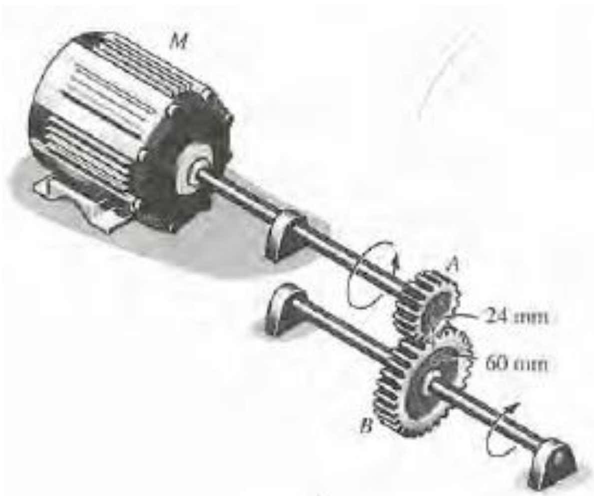
Velocidad angular: Aplicando la ecuación. 16.1. Tenemos

$$\omega = \frac{d\theta}{dt} = 20 + 8t\Big|_{t=90s} = 740 \text{ rad/s}$$

Aceleración angular: Aplicando la ecuación. 16.2. Tenemos

$$\alpha = \frac{d\omega}{dt} = 8 \text{ rad/s}^2$$

16.17 Debido a un incremento de corriente, el motor M hace girar al engranaje A y su eje con una aceleración angular $\alpha = (0.06\theta^2)$ rad/s², estando θ en radianes. Si el eje estaba girando inicialmente con $\omega_1 = 50$ rad/s, calcule la velocidad angular del engranaje B después de que el eje ha alcanzado un desplazamiento angular $\Delta\theta = 10$ rev.



$$\omega\, d\omega = \alpha\, d\theta$$

$$\int_{50}^{\omega} \omega\, d\omega = \int_{0}^{2\pi(10)} 0.06\theta^2\, d\theta$$

$$\frac{1}{2}\omega^2\Big|_{50}^{\omega} = 0.02\theta^3\Big|_{0}^{2\pi(10)}$$

$$0.5\omega^2 - 1250 = 4961$$

$$\omega = 111.45 \text{ rad/s}$$

$$\omega_A r_A = \omega_B r_B$$

$$(111.45)(12) = \omega_B (60)$$

$$\omega_B = 22.3 \text{ rad/s}$$

Respuesta